

МИНОБРНАУКИ РОССИИ



Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования

**«Российский государственный гуманитарный университет»
(ФГАОУ ВО «РГГУ»)**

Отделение интеллектуальных систем в гуманитарной сфере
Кафедра математики, логики и интеллектуальных систем в гуманитарной сфере

Рабочая программа дисциплины

Случайные процессы

Название и код направления подготовки:

Интеллектуальные системы в гуманитарной среде 45.04.04

Магистерская программа: Когнитивное и программное обеспечение интеллектуальных
роботов и программирование интеллектуальных систем

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очная

РПД адаптирована для лиц
с ограниченными возможностями
здоровья и инвалидов

Москва 2026

Случайные процессы

Рабочая программа дисциплины

Составитель:

доцент, к.ф.-м. н., доцент Сеницын В.Ю.

УТВЕРЖДЕНО

Протокол заседания кафедры МЛИИС

№ 6А от 19.12.2025 г.

ОГЛАВЛЕНИЕ

1. Пояснительная записка

1.1 Цель и задачи дисциплины

1.2. Формируемые компетенции, соотнесённые с планируемыми результатами обучения по дисциплине

1.3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

2. Структура дисциплины

3. Содержание дисциплины

4. Образовательные технологии

5. Оценка планируемых результатов обучения

5.1. Система оценивания

5.2. Критерии выставления оценок

5.3. Оценочные средства (материалы) для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

6.1. Список источников и литературы

6.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

8. Обеспечение образовательного процесса для лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов

9. Методические материалы

9.1. Планы практических (семинарских, лабораторных) занятий

9.2. Методические рекомендации по подготовке письменных работ

9.3. Иные материалы

Приложения

Приложение 1. Аннотация дисциплины

1. Пояснительная записка

1.1. Цель и задачи дисциплины

Цели дисциплины: ознакомить студентов с математическими понятиями и средствами теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, которые могут использоваться, в частности, при статистической обработке данных. Целью курса является также обучение слушателей стилю математического моделирования с использованием современных понятий и методов теории вероятностей и математической статистики. Нужно заложить базу для изучения таких дисциплин как теория массового обслуживания, исследование операций, логические основы функционального программирования.

Задачи дисциплины:

- формирование у студентов системы понятий и навыков, необходимых для дальнейшего углублённого изучения теоретических основ и практических методов построения систем искусственного интеллекта;
- изучение теории и практики решения задач по теории вероятностей;
- приобретение навыков анализа данных методами математической статистики;
- развитие навыков применения изученного математического аппарата к решению практических задач;
- ознакомление студентов с основными понятиями в области случайных процессов;
- ознакомление с основными методами теории случайных процессов;
- привлечение внимания студентов к богатому многообразию приложений.

1.2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с индикаторами достижения компетенций

Компетенция (код и наименование)	Индикаторы компетенций (код и наименование)	Результаты обучения
УК-1 Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий	УК-1.1 Знает принципы сбора, отбора и обобщения информации УК-1.2 Умеет соотносить разнородные явления и систематизировать их в рамках избранных видов профессиональной деятельности УК-1.3 Имеет практический опыт работы с информационными	Знать: основные понятия и теоремы теории вероятностей Уметь: использовать понятие случайного процесса при решении некоторых задач Владеть: навыками вычисления основных характеристик случайных процессов.

		объектами и сетью Интернет, опыт библиографического разыскания, создания научных текстов	
<i>ПК-2</i>	Способен представлять результаты исследования в формах отчетов, рефератов, публикаций и публичных обсуждений	<i>ПК-2.1</i> Знает стандарты и локальные нормативы представления результатов исследования в отчетах, рефератах, публикациях и презентациях <i>ПК-2.2</i> Имеет практический опыт представления результатов научных исследований в виде отчетов, рефератов, научных статей и презентаций <i>ПК-2.3</i> Способен разрабатывать и тестировать новые программы и интерфейсы систем	Знать: основные понятия теории случайных процессов Основные способы построения и исследования вероятностных моделей реальных процессов и явлений Уметь: использовать основные методы случайных процессов Анализировать случайные процессы с дискретным и непрерывным временем Владеть: навыками вычисления переходных, предельных вероятностей Способностью использовать математические методы в задачах моделирования процессов обработки информации

1.3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина Б1.В.05 «Случайные процессы» входит как обязательная в состав вариативной части учебного плана по направлению подготовки 45.04.04 «Интеллектуальные системы в гуманитарной сфере» магистерской программы «Когнитивное и программное обеспечение интеллектуальных роботов и программирование интеллектуальных систем».

Для освоения дисциплины необходимы компетенции, сформированные (в рамках бакалавриата) в ходе изучения следующих дисциплин: «Алгебра», «Математическая логика» и «Математический анализ».

Дисциплина реализуется на отделении интеллектуальных систем в гуманитарной сфере кафедрой математики, логики и интеллектуальных систем в гуманитарной сфере в первом семестре.

Объем дисциплины составляет 3 зачетных единицы, 108 академических часа.

Программой дисциплины предусмотрены: лабораторные работы (практические занятия в компьютерном классе) – 30 академических часов, самостоятельная работа студента – 60 академических часов.

Дисциплина читается в 1-м семестре.

В курсе предлагается обзор: основных понятий и теорем теории вероятностей; основных характеристик наиболее важных законов распределения случайных величин; основных понятий математической статистики; основных понятий теории случайных процессов; основных типов случайных процессов; основных способов построения и исследования вероятностных моделей реальных процессов и явлений.

В практической части данного курса центральное место занимает решение задач. Необходимо овладеть: навыками вычисления вероятностей случайных событий; навыками вычисления основных числовых характеристик случайных величин; методами описательной статистики; методами проверки статистических гипотез; начальными навыками корреляционного анализ и регрессионного анализа; навыками вычисления основных характеристик случайных процессов; навыками решения уравнений Колмогорова-Чепмена; навыками построения графов состояний случайных процессов; навыками вычисления переходных, предельных вероятностей.

2. Структура дисциплины

Структура дисциплины для очной формы обучения

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 3 з.е., 108 ч., в том числе контактная работа обучающихся с преподавателем 30 ч., промежуточная аттестация 18 ч., самостоятельная работа обучающихся 60 ч.

№ п / п	Раздел дисциплины	С е м е с т р	Н е д е л я с е м е с т р а	Виды учебной работы с указанием трудоемкости (в акад. часах)				Формы текущего контроля успеваемости (<i>по неделям семестра</i>) Форма промежуточной аттестации (<i>по семестрам</i>)
				л е к ц и и	п р а к т и ч е с к и е з а н я т и я	с е м и н а р ы	с а м о - с т о я т ь л ь н а я р а б о т а	
1	Понятие случайного процесса	1	1-2	2	2		12	Оценка выполнения упражнений, опрос
2	Дискретные цепи Маркова	1	3-4	2	4		12	Оценка выполнения практических заданий
3	Марковские процессы с непрерывным временем	1	5-6	2	4		12	Оценка выполнения практических заданий

4	Случайные процессы. Обзор.	1	7-8	2	4		12	Оценка выполнения практических заданий
5	Теория массового обслуживания.	1	9-10	4	4		12	Оценка выполнения практических заданий
	Промежуточная аттестация	1	11					Экзамен
	Итого			12	18		60	

3. Содержание дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела
1.	Понятие случайного процесса	Определение случайного процесса. Основная классификация случайных процессов. Поток событий. Свойства потока событий. Граф состояний. Классификация состояний.
2.	Дискретные цепи Маркова	Вероятности состояний, переходные вероятности. Предельные вероятности. Однородные цепи Маркова. Уравнения Колмогорова-Чепмена.
3.	Марковские процессы с непрерывным временем	Марковский однородный процесс с непрерывным временем и дискретным множеством состояний. Переходные вероятностные функции. Уравнения Колмогорова-Чепмена. Интенсивности переходов.
4.	Случайные процессы. Обзор.	Стационарные процессы в узком и широком смысле. Пуассоновский процесс. Винеровский процесс. Броуновское движение. Процесс гибели и размножения.

5.	Теория массового обслуживания.	Основные типы систем массового обслуживания. Вычисление основных характеристик систем.
----	--------------------------------	---

4. Образовательные технологии

<i>№ п/ п</i>	<i>Наименование раздела</i>	<i>Виды учебной работы</i>	Информационные и образовательные технологии
<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>5</i>
1	Понятие случайного процесса	Лекция 1 Семинар 1 Самостоятельная работа	Вводная лекция-беседа. Практикум по решению задач. Теоретическая лекция. Работа с электронным конспектом, электронным задачником и интернет-ресурсами. Консультирование и приём домашних заданий посредством электронной почты
2	Дискретные цепи Маркова	Лекция 2 Семинар 2 Семинар 3 Самостоятельная работа	Теоретическая лекция. Практикум по решению задач. Практикум по решению задач. Работа с электронным конспектом, электронным задачником и интернет-ресурсами. Консультирование и приём домашних заданий посредством электронной почты
3	Марковские процессы с непрерывным временем	Лекция 3 Семинар 4 Семинар 5 Самостоятельная работа	Теоретическая лекция. Практикум по решению задач. Практикум по решению задач. Работа с электронным конспектом, электронным задачником и интернет-ресурсами. Консультирование и приём домашних заданий посредством электронной почты
4	Случайные процессы. Обзор.	Лекция 4 Семинар 6 Семинар 7 Самостоятельная работа	Теоретическая лекция. Практикум по решению задач. Практикум по решению задач. Работа с электронным конспектом, электронным задачником и интернет-ресурсами. Консультирование и приём

			домашних заданий посредством электронной почты
4	Теория массового обслуживания.	Лекция 5 Семинар 8 Лекция 6 Семинар 9 Самостоятельная работа	Теоретическая лекция. Практикум по решению задач. Теоретическая лекция. Практикум по решению задач. Работа с электронным конспектом, электронным задачником и интернет-ресурсами. Консультирование и приём домашних заданий посредством электронной почты

2.

5. Оценка планируемых результатов обучения

5.1. Система оценивания

Форма контроля	Макс. количество баллов	
	За одну работу	Всего
Текущий контроль: - <i>опрос</i> - <i>участие в дискуссии на семинаре</i> - <i>контрольная работа (темы 1-3)</i> - <i>контрольная работа (темы 4-5)</i>	<i>5 баллов</i> <i>5 баллов</i> <i>10 баллов</i> <i>10 баллов</i>	<i>30 баллов</i> <i>10 баллов</i> <i>10 баллов</i> <i>10 баллов</i>
Промежуточная аттестация (указать форму ¹)		40 баллов
Итого за семестр (дисциплину) <i>зачёт/зачёт с оценкой/экзамен</i>		100 баллов

Полученный совокупный результат конвертируется в традиционную шкалу оценок и в шкалу оценок Европейской системы переноса и накопления кредитов (European Credit Transfer System; далее – ECTS) в соответствии с таблицей:

100-балльная шкала	Традиционная шкала		Шкала ECTS
95 – 100	отлично	зачтено	A
83 – 94			B
68 – 82	хорошо		C
56 – 67	удовлетворительно		D
50 – 55			E
20 – 49	неудовлетворительно	не зачтено	FX
0 – 19			F

5.2. Критерии выставления оценки по дисциплине

Баллы/ Шкала ECTS	Оценка по дисциплине	Критерии оценки результатов обучения по дисциплине
100-83/ А,В	«отлично»/ «зачтено (отлично)»/ «зачтено»	<p>Выставляется обучающемуся, если он глубоко и прочно усвоил теоретический и практический материал, может продемонстрировать это на занятиях и в ходе промежуточной аттестации.</p> <p>Обучающийся исчерпывающе и логически стройно излагает учебный материал, умеет увязывать теорию с практикой, справляется с решением задач профессиональной направленности высокого уровня сложности, правильно обосновывает принятые решения.</p> <p>Свободно ориентируется в учебной и профессиональной литературе.</p> <p>Оценка по дисциплине выставляется обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации.</p> <p>Компетенции, закреплённые за дисциплиной, сформированы на уровне – «высокий».</p>
82-68/ С	«хорошо»/ «зачтено (хорошо)»/ «зачтено»	<p>Выставляется обучающемуся, если он знает теоретический и практический материал, грамотно и по существу излагает его на занятиях и в ходе промежуточной аттестации, не допуская существенных неточностей.</p> <p>Обучающийся правильно применяет теоретические положения при решении практических задач профессиональной направленности разного уровня сложности, владеет необходимыми для этого навыками и приёмами.</p> <p>Достаточно хорошо ориентируется в учебной и профессиональной литературе.</p> <p>Оценка по дисциплине выставляется обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации.</p> <p>Компетенции, закреплённые за дисциплиной, сформированы на уровне – «хороший».</p>
67-50/ D,E	«удовлетвори- тельно»/ «зачтено (удовлетвори- тельно)»/ «зачтено»	<p>Выставляется обучающемуся, если он знает на базовом уровне теоретический и практический материал, допускает отдельные ошибки при его изложении на занятиях и в ходе промежуточной аттестации.</p> <p>Обучающийся испытывает определённые затруднения в применении теоретических положений при решении практических задач профессиональной направленности стандартного уровня сложности, владеет необходимыми для этого базовыми навыками и приёмами.</p> <p>Демонстрирует достаточный уровень знания учебной литературы по дисциплине.</p>

Баллы/ Шкала ECTS	Оценка по дисциплине	Критерии оценки результатов обучения по дисциплине
		Оценка по дисциплине выставляются обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации. Компетенции, закреплённые за дисциплиной, сформированы на уровне – «достаточный».
49-0/ F,FX	«неудовлетворительно»/ не зачтено	Выставляется обучающемуся, если он не знает на базовом уровне теоретический и практический материал, допускает грубые ошибки при его изложении на занятиях и в ходе промежуточной аттестации. Обучающийся испытывает серьёзные затруднения в применении теоретических положений при решении практических задач профессиональной направленности стандартного уровня сложности, не владеет необходимыми для этого навыками и приёмами. Демонстрирует фрагментарные знания учебной литературы по дисциплине. Оценка по дисциплине выставляются обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации. Компетенции на уровне «достаточный», закреплённые за дисциплиной, не сформированы.

5.3. Оценочные средства (материалы) для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

5.3.1. Образцы заданий для самостоятельного выполнения

1. Дана случайная функция $X(t) = x/t^2 + 1$. Найти два сечения и две реализации данной функции, если $x : N(0,1)$, аргумент $t \in \{0\}$. Нарисовать реализации.
2. Пусть x и h - независимые случайные величины, распределенные по закону $N(0,1/2)$. Пусть случайный процесс определен соотношением $X(t) = (x+h)/t, t > 0$. Вычислить $P(|X(t)| \leq 3/t)$ для любого $t > 0$.
3. Даны случайные функции $X(t) = xe^t, Y(t) = xt^2 + t + 1, Z(t) = x \sin 4t + h \cos 4t$, где x и h - независимые случайные величины, $Ex = Eh = 5, Dx = Dh = 1$. Найти математические ожидания и дисперсии случайных функций.
4. Известна ковариационная функция $K_x(t_1, t_2) = t_1 t_2$ случайной функции $X(t)$. Найти дисперсию $X(t)$. Найти ковариационные функции случайных функций $Y_1(t) = X(t) + t^2$,
5. Известны математическое ожидание $m_x(t) = t$ и ковариационная функция $K_x(t_1, t_2) = t_1 t_2 + 1$ случайной функции $X(t)$. Найти математические ожидания, дисперсии, ковариационные и корреляционные функции случайных функций $Y_1(t) = X(t) + t^2$,

6. Дана случайная функция $X(t) = x \cos 2t$, $x : E(1/2)$. Найти математическое ожидание, ковариационную и корреляционную функции, дисперсию $X(t)$.
7. Найти взаимную ковариационную функцию двух случайных функций $X(t) = t^2 x$ и $Y(t) = t^3 x$, где x - случайная величина, $x : P(5)$.
8. Некоторая экономическая система в состоянии E_1 получает 2000 уе прибыли. На следующий день эта экономическая система с вероятностью 0,3 может перейти в состояние E_2 и получить в этом состоянии 500 уе прибыли или остаться в состоянии E_1 . Из состояния E_2 с вероятностью 0,4 система может вернуться в E_1 или с вероятностью 0,6 перейти в состояние E_3 . Состояние E_3 означает 4500 уе убытков. Из E_3 система обязательно переходит в E_1 . Все переходы возможны один раз в сутки. Начальные вероятности $p(0) = (0,5 \ 0,3 \ 0,2)$. Изобразить граф системы, записать матрицу ее переходов. Найти вероятности состояний через сутки, через двое. Найти предельные вероятности для состояний данной системы, вычислить процентное соотношение времен нахождения системы в каждом из состояний. Вычислить среднюю суточную прибыль системы.

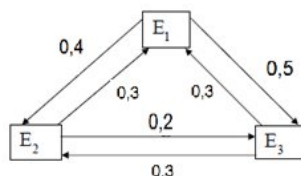
5.3.2. Образцы заданий для контрольных работ

Пример контрольной работы №1

1. Задан случайный процесс $X(t)$ со случайным параметром. Известны числовые характеристики случайного параметра. Построить область возможных траекторий случайного процесса. Вычислить и построить график математического ожидания случайного процесса. Вычислить дисперсию, среднее квадратическое отклонение, корреляционную функцию случайного процесса.
2. Дано описание системы. Изобразить граф состояний цепи Маркова. Записать матрицу по графу системы. Найти предельные вероятности. Вычислить математическое ожидание марковского процесса.
3. Дан граф состояний системы с непрерывным временем. Интенсивности переходов даны в таблице. Требуется составить систему дифференциальных уравнений для вероятностей состояний системы. Вычислить предельные значения вероятностей.

Пример контрольной работы №2

1. Даны случайные функции $X(t) = \xi \cdot 2^t - 4t + 1$, $Y(t) = \xi \cdot 2^{-t} + 5$, где $\xi \in N(2,5)$. Найти математические ожидания, дисперсии случайных функций, их взаимные ковариационную и корреляционную функции.
2. Дан граф состояний дискретной цепи Маркова с переходными вероятностями. Вектор начальных вероятностей $p(0) = (1/2 \ 1/2 \ 0)$. Найти распределение вероятностей состояний на первых двух шагах. Найти финальные вероятности.



3. Даны интенсивности непрерывного Марковского процесса: $\lambda_{12} = 4$, $\lambda_{21} = 5$, $\lambda_{13} = 2$, $\lambda_{31} = 2$, $\lambda_{32} = 1$, $\lambda_{23} = 3$. Изобразить граф состояний, записать систему уравнений для вероятностей состояний. Найти предельные вероятности для состояний данной системы.

4. Среднее число заказов такси, поступающих на диспетчерский пункт за 10 минут, равно пяти. Найти вероятности того, что: а) за 2 минуты поступит ровно 4 вызова, б) за 3 минуты поступит больше 2 вызовов, в) за 5 минут не поступит ни одного вызова.

5.3.3. Список теоретических вопросов, выносимых на промежуточную аттестацию (экзамен)

1. Понятие случайного процесса. Примеры. Определение случайного процесса.
2. Сечение случайного процесса. Примеры.
3. Реализация случайного процесса. Примеры.
4. Классификация случайных процессов.
5. Понятие потока событий.
6. Регулярный поток событий.
7. Некоторые свойства потоков событий.
8. Ординарность потока событий. Примеры.
9. Интенсивность потока событий.
10. Отсутствие последствия в потоке событий. Примеры.
11. Стационарность потока событий. Примеры.
12. Определение простейшего потока событий. Примеры.
13. Поток событий с ограниченным последствием.
14. Распределение промежутков времени между соседними событиями в потоке событий.
15. Распределение Пуассона.
16. Граф состояний. Принципы построения.
17. Классификация состояний.
18. Граф состояний процессов гибели и размножения.
19. Марковский случайный процесс с дискретным временем и дискретными состояниями (цепи Маркова). Примеры.
20. Вероятности состояний, переходные вероятности.
21. Финальные (предельные) вероятности. Стационарный режим цепи Маркова.
22. Матрица переходных вероятностей. Принципы построения.
23. Дискретная цепь Маркова. Система линейных уравнений для нахождения вероятностей состояний.
24. Дискретная цепь Маркова. Постановка задачи нахождения вероятностей состояний.
25. Непрерывная цепь Маркова. Определение, примеры.
26. Поток вероятности непрерывной цепи Маркова.
27. Размеченный граф состояний для непрерывной цепи Маркова.
28. Система дифференциальных уравнений Колмогорова для непрерывной цепи Маркова.
29. Постановка задачи нахождения вероятностей состояний в непрерывной цепи Маркова.
30. Матрица интенсивностей. Правила построения.
31. Связь между матрицей интенсивностей и графом состояний.
32. Винеровский процесс. Броуновское движение.

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

6.1. Список источников и литературы

а) Основная литература

1. Гмурман, В. Е. «Теория вероятностей и математическая статистика»: Учеб. пособие — 12-е изд., перераб.- М.: Юрайт, 2015.-479 с.

2.Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике [Электронный ресурс] : учеб. пособие / В. Е. Гмурман. - 11-е изд., перераб. и доп. - Москва : Юрайт, 2013. - 404 с. : - ISBN 978-5-9916-2220-2

3.Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс] : учеб. пособие / В. С. Мхитарян, Е. В. Астафьева, Ю. Н. Миронкина, Л. И. Трошин; под ред. В. С. Мхитаряна. - 2-е изд., перераб. и доп. - М.: Московский финансово-промышленный университет «Синергия», 2013. - (Университетская серия). - ISBN 978-5-4257-0106-0.

4.Миллер Б.М., Панков А.Р. Теория случайных процессов в примерах и задачах. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007. – 320 с.

б) Дополнительная литература

1. Вентцель А.Д. Курс теории случайных процессов. – М.: Наука, 1989.
2. Гмурман, В. Е. «Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике»: Учеб. пособие — 11-е изд., перераб. — М.: Высшее образование, 2006.-404 с.
3. Ивашев-Мусатов О.С. Теория вероятностей и математическая статистика. М.: ФИМА, 2003. 224с.
4. Матальцкий М.А. Элементы теории случайных процессов. – Гродно:ГрГУ, 2004.- 326 с.
- 5.Тутубалин В.Н. Теория вероятностей и случайных процессов: Учеб.пособие. – М.: Изд-во Мгу, 1992.
- 6.Феллер В. Теория вероятностей и ее приложения. Т. 1,2. – «Мир», М., 1984.

6.2 Перечень БД и ИСС

№п /п	Наименование
1	Международные реферативные наукометрические БД, доступные в рамках национальной подписки в 2025 г. Web of Science Scopus
2	Профессиональные полнотекстовые БД, доступные в рамках национальной подписки в 2025 г. Журналы Cambridge University Press ProQuest Dissertation & Theses Global SAGE Journals Журналы Taylor and Francis
3	Профессиональные полнотекстовые БД JSTOR Издания по общественным и гуманитарным наукам Электронная библиотека Grebennikon.ru
4	Компьютерные справочные правовые системы Консультант Плюс, Гарант

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Академическая аудитория с доской. Компьютеры с программными средствами визуализации графических файлов.

Состав программного обеспечения (ПО)

№п /п	Наименование ПО	Производитель	Способ распространения (лицензионное или свободно распространяемое)
1	SPSS Statistics 22	IBM	лицензионное
2	Microsoft Office 2013	Microsoft	лицензионное
3	Windows 10 Pro	Microsoft	лицензионное
4	Kaspersky Endpoint Security	Kaspersky	лицензионное
5	Zoom	Zoom	лицензионное

8. Обеспечение образовательного процесса для лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов

В ходе реализации дисциплины используются следующие дополнительные методы обучения, текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся в зависимости от их индивидуальных особенностей:

- для слепых и слабовидящих:
 - лекции оформляются в виде электронного документа, доступного с помощью компьютера со специализированным программным обеспечением;
 - письменные задания выполняются на компьютере со специализированным программным обеспечением, или могут быть заменены устным ответом;
 - обеспечивается индивидуальное равномерное освещение не менее 300 люкс;
 - для выполнения задания при необходимости предоставляется увеличивающее устройство; возможно также использование собственных увеличивающих устройств;
 - письменные задания оформляются увеличенным шрифтом;
 - экзамен и зачёт проводятся в устной форме или выполняются в письменной форме на компьютере.
- для глухих и слабослышащих:
 - лекции оформляются в виде электронного документа, либо предоставляется звукоусиливающая аппаратура индивидуального пользования;
 - письменные задания выполняются на компьютере в письменной форме;
 - экзамен и зачёт проводятся в письменной форме на компьютере; возможно проведение в форме тестирования.
- для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:
 - лекции оформляются в виде электронного документа, доступного с помощью компьютера со специализированным программным обеспечением;
 - письменные задания выполняются на компьютере со специализированным программным обеспечением;
 - экзамен и зачёт проводятся в устной форме или выполняются в письменной форме на компьютере.

При необходимости предусматривается увеличение времени для подготовки ответа.

Процедура проведения промежуточной аттестации для обучающихся устанавливается с учётом их индивидуальных психофизических особенностей. Промежуточная аттестация может проводиться в несколько этапов.

При проведении процедуры оценивания результатов обучения предусматривается использование технических средств, необходимых в связи с индивидуальными особенностями обучающихся. Эти средства могут быть предоставлены университетом, или

могут использоваться собственные технические средства.

Проведение процедуры оценивания результатов обучения допускается с использованием дистанционных образовательных технологий.

Обеспечивается доступ к информационным и библиографическим ресурсам в сети Интернет для каждого обучающегося в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

- для слепых и слабовидящих:
 - в печатной форме увеличенным шрифтом;
 - в форме электронного документа;
 - в форме аудиофайла.
- для глухих и слабослышащих:
 - в печатной форме;
 - в форме электронного документа.
- для обучающихся с нарушениями опорно-двигательного аппарата:
 - в печатной форме;
 - в форме электронного документа;
 - в форме аудиофайла.

Учебные аудитории для всех видов контактной и самостоятельной работы, научная библиотека и иные помещения для обучения оснащены специальным оборудованием и учебными местами с техническими средствами обучения:

- для слепых и слабовидящих:
 - устройством для сканирования и чтения с камерой SARA CE;
 - дисплеем Брайля PAC Mate 20;
 - принтером Брайля EmBraille ViewPlus;
- для глухих и слабослышащих:
 - автоматизированным рабочим местом для людей с нарушением слуха и слабослышащих;
 - акустический усилитель и колонки;
- для обучающихся с нарушениями опорно-двигательного аппарата:
 - передвижными, регулируемые эргономическими партами СИ-1;
 - компьютерной техникой со специальным программным обеспечением.

9. Методические материалы

9.1. Планы семинарских занятий

Тема 1 (4 ч.) Понятие случайного процесса

Цель занятия: ознакомиться с основными понятиями и определениями теории случайных процессов.

Форма проведения – лекция и решение задач.

1. Дана случайная функция $X(t) = x/t^2 + 1$. Найти два сечения и две реализации данной функции, если $x : N(0,1)$, аргумент $t \in \{0\}$. Нарисовать реализации.
2. Пусть x и h - независимые случайные величины, распределенные по закону $N(0,1/2)$. Пусть случайный процесс определен соотношением $X(t) = (x+h)/t, t > 0$. Вычислить $P(|X(t)| \leq 3/t)$ для любого $t > 0$.

3. Даны случайные функции $X(t) = xe^t$, $Y(t) = xt^2 + t + 1$, $Z(t) = x \sin 4t + h \cos 4t$, где x и h - независимые случайные величины, $Ex = Eh = 5$, $Dx = Dh = 1$. Найти математические ожидания и дисперсии случайных функций.
4. Известна ковариационная функция $K_X(t_1, t_2) = t_1 t_2$ случайной функции $X(t)$. Найти дисперсию $X(t)$. Найти ковариационные функции случайных функций $Y_1(t) = X(t) + t^2$,
5. Известны математическое ожидание $m_X(t) = t$ и ковариационная функция $K_X(t_1, t_2) = t_1 t_2 + 1$ случайной функции $X(t)$. Найти математические ожидания, дисперсии, ковариационные и корреляционные функции случайных функций $Y_1(t) = X(t) + t^2$,
6. Дана случайная функция $X(t) = x \cos 2t$, $x : E(1/2)$. Найти математическое ожидание, ковариационную и корреляционную функции, дисперсию $X(t)$.
7. Найти взаимную ковариационную функцию двух случайных функций $X(t) = t^2 x$ и $Y(t) = t^3 x$, где x - случайная величина, $x : P(5)$.

Контрольные вопросы:

1. Понятие случайного процесса. Примеры. Определение случайного процесса.
2. Сечение случайного процесса. Примеры.
3. Реализация случайного процесса. Примеры.
4. Классификация случайных процессов.

Список источников и литературы:

1. Гмурман, В. Е. «Теория вероятностей и математическая статистика»: Учеб. пособие — 12-е изд., перераб.- М.: Юрайт, 2015.-479 с.
2. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике [Электронный ресурс] : учеб. пособие / В. Е. Гмурман. - 11-е изд., перераб. и доп. - Москва : Юрайт, 2013. - 404 с. : - ISBN 978-5-9916-2220-2
3. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс] : учеб. пособие / В. С. Мхитарян, Е. В. Астафьева, Ю. Н. Миронкина, Л. И. Трошин; под ред. В. С. Мхитаряна. - 2-е изд., перераб. и доп. - М.: Московский финансово-промышленный университет «Синергия», 2013. - (Университетская серия). - ISBN 978-5-4257-0106-0.
4. Миллер Б.М., Панков А.Р. Теория случайных процессов в примерах и задачах. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007. – 320 с.

Материально-техническое обеспечение занятия: доска.

Тема 2 (6 ч.) Дискретные цепи Маркова

Цель занятия: освоение основных понятий дискретных цепей Маркова и применение их в решении задач.

Форма проведения – лекция и решение задач.

1. Некоторая экономическая система в состоянии E_1 получает 2000 уе прибыли. На следующий день эта экономическая система с вероятностью 0,3 может перейти в

состояние E2 и получить в этом состоянии 500 уе прибыли или остаться в состоянии E1. Из состояния E2 с вероятностью 0,4 система может вернуться в E1 или с вероятностью 0,6 перейти в состояние E3. Состояние E3 означает 4500 уе убытков. Из E3 система обязательно переходит в E1. Все переходы возможны один раз в сутки.

Начальные вероятности $p(0) = (0,5 \quad 0,3 \quad 0,2)$. Изобразить граф системы, записать матрицу ее переходов. Найти вероятности состояний через сутки, через двое. Найти предельные вероятности для состояний данной системы, вычислить процентное соотношение времен нахождения системы в каждом из состояний. Вычислить среднюю суточную прибыль системы.

- Пусть $S(k)$ – координата частицы, блуждающей по целым точкам вещественной оси следующим способом: находясь в произвольной допустимой точке на оси, частица с вероятностью P сдвигается на 1 вправо, а с вероятностью Q остается на месте, где $0 < p < 1$, $q = 1 - p$ и $S(0) = 0$. Нарисовать граф состояний. Провести классификацию состояний цепи Маркова.
- Две автомашины А и В сдаются в аренду по одной и той же цене. Каждая из них может находиться в одном из двух состояний: E1 – машина работает хорошо, E2 – машина требует ремонта, которые образуют цепь Маркова. Матрицы вероятностей переходов между состояниями за сутки для этих машин даны. Определить финальные вероятности состояний для обеих автомашин. Какую автомашину стоит арендовать?

$$P_A = \begin{pmatrix} 0,8 & 0,2 \\ 0,7 & 0,3 \end{pmatrix}, P_B = \begin{pmatrix} 0,7 & 0,3 \\ 0,6 & 0,4 \end{pmatrix}.$$

Контрольные вопросы:

- Граф состояний. Принципы построения.
- Классификация состояний.
- Граф состояний процессов гибели и размножения.
- Марковский случайный процесс с дискретным временем и дискретными состояниями (цепи Маркова). Примеры.
- Вероятности состояний, переходные вероятности.
- Финальные (предельные) вероятности. Стационарный режим цепи Маркова.
- Матрица переходных вероятностей. Принципы построения.
- Дискретная цепь Маркова. Система линейных уравнений для нахождения вероятностей состояний.
- Дискретная цепь Маркова. Постановка задачи нахождения вероятностей состояний.

Список источников и литературы:

- Гмурман, В. Е. «Теория вероятностей и математическая статистика»: Учеб. пособие — 12-е изд., перераб.- М.: Юрайт, 2015.-479 с.
- Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике [Электронный ресурс] : учеб. пособие / В. Е. Гмурман. - 11-е изд., перераб. и доп. - Москва : Юрайт, 2013. - 404 с. : - ISBN 978-5-9916-2220-2
- Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс] : учеб. пособие / В. С. Мхитарян, Е. В. Астафьева, Ю. Н. Миронкина, Л. И. Трошин; под ред. В. С. Мхитаряна. - 2-е изд., перераб. и доп. - М.: Московский финансово-промышленный университет «Синергия», 2013. - (Университетская серия). - ISBN 978-5-4257-0106-0.

4.Миллер Б.М., Панков А.Р. Теория случайных процессов в примерах и задачах. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007. – 320 с.

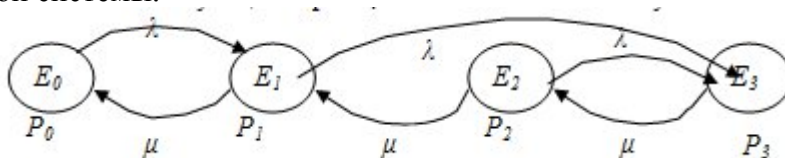
Материально-техническое обеспечение занятия: доска.

Тема 3 (6 ч.) Марковские процессы с непрерывным временем

Цель занятия: освоение основных понятий непрерывных цепей Маркова и применение их в решении задач.

Форма проведения – лекция и решение задач.

1. Даны интенсивности переходов. Составить граф, составить систему уравнений для вероятностей состояний, найти предельные вероятности для состояний данной системы. $\lambda_{12} = 2, \lambda_{21} = 3, \lambda_{13} = 1, \lambda_{31} = 3, \lambda_{32} = 2, \lambda_{23} = 1$
2. Марковский случайный процесс с четырьмя возможными состояниями E_0, E_1, E_2, E_3 задан графом переходов. Найти матрицу интенсивности переходов. Составить систему уравнений для вероятностей состояний, найти предельные вероятности для состояний данной системы.



Контрольные вопросы:

33. Непрерывная цепь Маркова. Определение, примеры.
34. Поток вероятности непрерывной цепи Маркова.
35. Размеченный граф состояний для непрерывной цепи Маркова.
36. Система дифференциальных уравнений Колмогорова для непрерывной цепи Маркова.
37. Постановка задачи нахождения вероятностей состояний в непрерывной цепи Маркова.
38. Матрица интенсивностей. Правила построения.
39. Связь между матрицей интенсивностей и графом состояний.

Список источников и литературы:

1.Гмурман, В. Е. «Теория вероятностей и математическая статистика»: Учеб. пособие — 12-е изд., перераб.- М.: Юрайт, 2015.-479 с.

2.Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике [Электронный ресурс] : учеб. пособие / В. Е. Гмурман. - 11-е изд., перераб. и доп. - Москва : Юрайт, 2013. - 404 с. : - ISBN 978-5-9916-2220-2

3.Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс] : учеб. пособие / В. С. Мхитарян, Е. В. Астафьева, Ю. Н. Миронкина, Л. И. Трошин; под ред. В. С. Мхитаряна. - 2-е изд., перераб. и доп. - М.: Московский финансово-промышленный университет «Синергия», 2013. - (Университетская серия). - ISBN 978-5-4257-0106-0.

4.Миллер Б.М., Панков А.Р. Теория случайных процессов в примерах и задачах. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007. – 320 с.

Материально-техническое обеспечение занятия: доска.

Тема 4 (6 ч.) Случайные процессы. Обзор.

Цель занятия: обзор задач, встречающихся в теории случайных процессов.

Форма проведения – лекция и решение задач.

1. В бюро обслуживания в среднем поступает 12 заявок в час. Считая поток заказов простейшим, определить вероятность того, что: а) за 1 минуту не поступит ни одного заказа, б) за 10 минут поступит не более трех заказов.
2. В ресторан прибывает в среднем 20 посетителей в час. Считая поток посетителей простейшим, и зная, что ресторан открывается в 11.00, определите:
 - а) вероятность того, что в 11.12 в ресторан придет 20 посетителей при условии, что в 11.07 их было 18
 - б) вероятность того, что между 11.28 и 11.30 в ресторане появится новый посетитель, если известно, что предшествующий посетитель прибыл в 11.25.
3. В течение лекции примерно каждые 15 минут появляется новая формула. Считая поток новых формул простейшим, найти вероятности того, что: а) в течение получаса не будет новых формул, б) если в течение предыдущих 15 минут не было новых формул, то и в следующие 15 минут их не будет, в) в течение пары будет по крайней мере 2 новые формулы.
4. Среднее число бракованных деталей, изготавливаемых станком-автоматом в течение одного часа, равно 4. Смена начинается в 8:00. Найти вероятность того, что: а) до 12:00 автомат изготовит ровно 4 бракованные детали, б) с 9:00 до 9:30 автомат не сделает ни одной бракованной детали, в) если до 9:00 не было сделано ни одной бракованной детали, то до 9:15 будет хотя бы 2 бракованные детали.
5. Среднее число заказов такси, поступающих на диспетчерский пункт за одну минуту, равно 3. Найти вероятность того, что за 2 минуты поступит: а) ровно 4 вызова, б) менее 4 вызовов, в) не менее 4 вызовов.

Контрольные вопросы:

1. Понятие потока событий.
2. Регулярный поток событий.
3. Некоторые свойства потоков событий.
4. Ординарность потока событий. Примеры.
5. Интенсивность потока событий.
6. Отсутствие последствия в потоке событий. Примеры.
7. Стационарность потока событий. Примеры.
8. Определение простейшего потока событий. Примеры.
9. Поток событий с ограниченным последствием.
10. Распределение промежутков времени между соседними событиями в потоке событий.
11. Распределение Пуассона.

Список источников и литературы:

1. Гмурман, В. Е. «Теория вероятностей и математическая статистика»: Учеб. пособие — 12-е изд., перераб.- М.: Юрайт, 2015.-479 с.
2. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике [Электронный ресурс] : учеб. пособие / В. Е. Гмурман. - 11-е изд., перераб. и доп. - Москва : Юрайт, 2013. - 404 с. : - ISBN 978-5-9916-2220-2

3. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс] : учеб. пособие / В. С. Мхитарян, Е. В. Астафьева, Ю. Н. Миронкина, Л. И. Трошин; под ред. В. С. Мхитаряна. - 2-е изд., перераб. и доп. - М.: Московский финансово-промышленный университет «Синергия», 2013. - (Университетская серия). - ISBN 978-5-4257-0106-0.

4. Миллер Б.М., Панков А.Р. Теория случайных процессов в примерах и задачах. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007. – 320 с.

Материально-техническое обеспечение занятия: доска.

Тема 5 (8 ч.) Теория массового обслуживания. Обзор.

Цель занятия: обзор систем массового обслуживания.

Форма проведения – лекция и решение задач.

9.2. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Наименование раздела дисциплины	Кол-во часов	Вопросы для изучения	Литература
Понятие случайного процесса	10	Понятие случайного процесса. Примеры. Определение случайного процесса. Сечение случайного процесса. Реализация случайного процесса. Классификация случайных процессов. Понятие потока событий. Свойства потоков событий. Граф состояний. Классификация состояний.	Матальцкий М.А. Элементы теории случайных процессов. (с. 122-153) Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. (с. 386-415)
Дискретные цепи Маркова	12	Марковский случайный процесс с дискретным временем и дискретными состояниями (цепи Маркова). Вероятности состояний, переходные вероятности. Предельные вероятности. Стационарный режим цепи Маркова. Матрица переходных вероятностей. Однородные цепи Маркова. Уравнения Колмогорова-Чепмена.	Матальцкий М.А. Элементы теории случайных процессов. (с. 182-219) Миллер Б.М., Панков А.Р. Теория случайных процессов в примерах и задачах. (с. 83-98)
Марковские процессы с непрерывным временем	10	Марковский однородный процесс с непрерывным временем и дискретным множеством состояний. Поток вероятности непрерывной цепи Маркова. Размеченный граф состояний для непрерывной цепи Маркова. Система дифференциальных уравнений Колмогорова для	Матальцкий М.А. Элементы теории случайных процессов. (с. 258-270)

		непрерывной цепи Маркова. Стационарный режим непрерывной цепи Маркова. Матрица интенсивностей.	
Случайные процессы. Обзор.	10	Стационарные процессы в узком и широком смысле. Пуассоновский процесс. Процесс гибели и размножения.	Матальцкий М.А. Элементы теории случайных процессов. (с. 156-167) Миллер Б.М., Панков А.Р. Теория случайных процессов в примерах и задачах. (с. 29-52)

9.3. Иные материалы

Приложение 1

АННОТАЦИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Дисциплина «Случайные процессы» реализуется на Отделении интеллектуальных систем в гуманитарной сфере кафедрой математики, логики и интеллектуальных систем.

Цели дисциплины: ознакомить студентов с математическими понятиями и средствами теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, которые могут

использоваться, в частности, при статистической обработке данных. Целью курса является также обучение слушателей стилю математического моделирования с использованием современных понятий и методов теории вероятностей и математической статистики. Нужно заложить базу для изучения таких дисциплин как теория массового обслуживания, исследование операций, логические основы функционального программирования.

Задачи дисциплины:

- формирование у студентов системы понятий и навыков, необходимых для дальнейшего углублённого изучения теоретических основ и практических методов построения систем искусственного интеллекта;
- изучение теории и практики решения задач по теории вероятностей;
- приобретение навыков анализа данных методами математической статистики;
- развитие навыков применения изученного математического аппарата к решению практических задач;
- ознакомление студентов с основными понятиями в области случайных процессов;
- ознакомление с основными методами теории случайных процессов;
- привлечение внимания студентов к богатому многообразию приложений.

Дисциплина «Случайные процессы» направлена на формирование следующих компетенций:

- УК-1 способностью осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий
- ПК-2 способностью представлять результаты исследования в формах отчетов, рефератов, публикаций и публичных обсуждений

В результате освоения дисциплины «Случайные процессы» обучающийся должен:

Знать:

- основные понятия и теоремы теории вероятностей
- основные понятия теории случайных процессов
- основные способы построения и исследования вероятностных моделей реальных процессов и явлений

●

Уметь:

- использовать понятие случайного процесса при решении некоторых задач
- использовать основные методы случайных процессов
- анализировать случайные процессы с дискретным и непрерывным временем

Владеть:

- навыками вычисления основных характеристик случайных процессов
- навыками вычисления переходных, предельных вероятностей
- способностью использовать математические методы в задачах моделирования процессов обработки информации

По дисциплине «Случайные процессы» предусмотрена промежуточная аттестация в форме экзамена .

Общая трудоемкость освоения дисциплины «Случайные процессы» составляет 3 зачетных единицы.